

金融機関のリスク資本の評価・管理

神奈川大学経営学部

菅野 正泰*

要旨

最初に、リスク資本を計算する上で重要な、劣加法性などリスク尺度の望ましい特性とリスク分散効果の関係を調べる。次に、リスク資本管理の方法について整理する。そして、各種リスク合算モデルの数理的特徴を整理の上、幾つかの計算例でリスク資本の比較を行う。周辺分布が全て単峰形の典型的な計算例では、 t_5 -コピュラモデルで計算されるリスク資本が保守的で、最も総和法の計算値に近くなるという結果を得る。また、信用損失分布が双峰形を示す場合に、統合リスク資本を計算する際の注意点を示す。更に、リスク間の相関が増加しても、必ずしもリスク資本の増加に至らない例を示す。

キーワード：リスク資本，統合リスク，リスク合算，コピュラ関数，リスク尺度，劣加法性，双峰分布

1 はじめに

金融機関は、信用リスク、市場リスク、オペレーショナル・リスク、あるいは流動性リスクなど様々な金融リスクを抱えている。金融機関の内部リスク管理上は、一般的には、リスク分布を損失分布あるいはリターン分布として、当該分布における最大損失を VaR と定義する。また、信用リスクなどリスク分布の平均が有意にゼロではないリスクの場合、分布の平均を予想損失 (EL) として、VaR から EL を控除した非予想損失 (UL) に対して、バッファーとして自己資本を積む方法がとられる (図 1 参照)。金融機関も企業である以上、コーポレート・ファイナンスの観点からすると、借入による投資もあるが、自己資本による投資活動は、たとえ投資の失敗により、リスクが顕現化するような事態に陥っても、リスクの評価が妥当であれば、自己資本の毀損に留まる。ここで、自己資本には、幾つかの種類がある。まず、一般的によく知られている自己資本は会計上の自己資本であり、どの勘定科目を考慮するかによっても定義が複数存在するが、バランスシート上

* 照会先は、e-mail: mkanno@kanagawa-u.ac.jp 本研究は、財団法人ゆうちょ財団より研究助成を受けて実施したものです。ここに、記して心より御礼申し上げます。なお、研究成果の一部は、書籍『入門 金融リスク資本と統合リスク管理』(社団法人 金融財政事情研究会)として刊行しており、本稿と併せて講読頂ければ幸いです。

の「株主資本の部」あるいは「純資産の部」の計数が該当する。

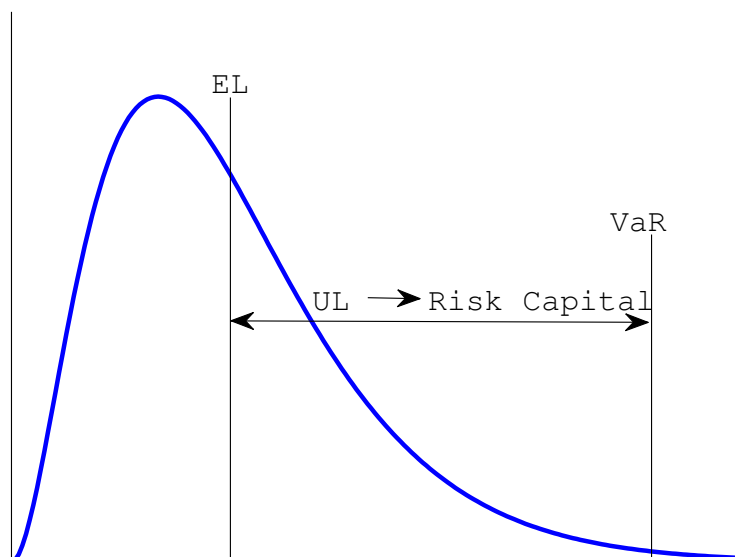


図 1: 損失分布の例：信用リスク分布

これに対して、銀行の自己資本比率規制（バーゼル 2）上の自己資本を「規制資本」と呼ぶ。この規制資本の計算のガイダンスは、金融庁告示 2007 年第 14 号に示されている。しかしながら、今次金融危機を契機として資本の質が問われており、わが国では 2007 年 3 月基準で適用されたばかりで日が浅いが、早くも 2009 年 12 月にバーゼル銀行監督委員会が公表した市中協議文書 (BCBS(2009)) により、資本項目の見直し作業が開始された。

規制資本に対して、銀行の内部リスク管理上の資本を「経済資本」あるいは「リスク資本」という。リスク資本は、市場リスクや信用リスクなどの個々のリスクに対するバッファとしての意味もあるが、金融機関の経営戦略上は、個々のリスクを合算して、金融機関全体に対して算定される統合リスクのバッファとして重要な役割を果たす。ここで、個々のリスクを合算する方法を「リスク合算（リスク・アグリゲーション）」といい、幾つかの方法が考えられるが、図 2 の例のように、個々のリスク分布を周辺分布として同時分布を求め、あらかじめ決めた信頼水準に対するパーセンタイル値として統合 VaR などの統合リスク量^{*1}を求める。

リスク合算を行う上で考慮しなければならない点の 1 つとして、リスクの分散効果が挙げられる。菅野 (2010) によると、わが国の銀行の多くは、実務上、個々のリスクを単純に足し上げる方法（これを総和法という。）を採用しているが、この方法の最大の欠点は分散効果を全く考慮することができないという点である。金融機関も一企業である以上、様々な投資活動の原資となる自己

^{*1} 統合 VaR 以外には、統合 ES（期待ショートフォール）などが挙げられる。

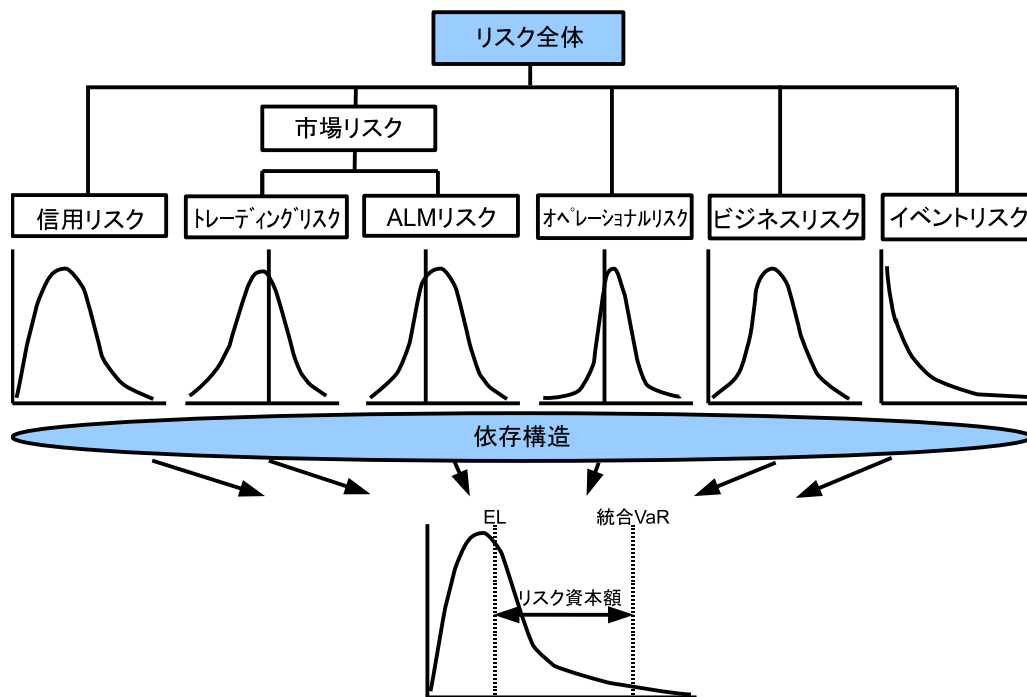


図 2: リスク合算の例

資本を有効活用することは、コーポレートファイナンス上、重要な視点であり、分散効果を考慮することにより余剰資本を別の投資に再配分することが可能となる。

これに対して、分散効果を考慮する方法として幾つか知られており、最も簡単な方法は、市場 VaR や信用 VaR など個々のリスク量を確率変数として、ハリー・マルコビッツの平均分散アプローチを応用した分散共分散法により求めるアプローチである。分散共分散法は、個々のリスク量を計算する際には、良く知られた解析的な方法であり、例えば、市場 VaR を算定する際に、金利リスク VaR、為替リスク VaR、株式リスク VaR など市場リスク内の相関を考慮して計算される。これに対して、金融機関全体のポートフォリオの統合リスク量を計算する場合は、市場 VaR や信用 VaR など個々のリスク間の相関を考慮しなければならない点が、市場 VaR など個々のリスク量を計算する場合と異なる点である。

分散共分散法を使用した学術論文の例として、Ward and Lee(2002) が挙げられる。彼らは、損害保険業務と生命保険業務を行う仮定の保険会社を考え、まず、保険引受リスク、ALM リスク、信用リスク、市場リスク、オペレーショナル・リスクなどのリスクを抱えると想定して、分散共分散法により、統合リスク量全体を計算した。次に、実際のリスク分布に対する特定の信頼水準のリスク量と、実際のリスク分布と平均と標準偏差が等しい正規分布に置き換えた場合の同一の信頼水準に対するリスク量との差分を、分布の歪みに起因するアドオンのリスク量として求めている。

この他、個々のリスクの多変量同時分布を表現する方法として、コピュラ関数による方法が知ら

れている。コピュラ関数法は、Sklar の定理（1959 年）の結果として、コピュラ関数によって、1 変量の周辺分布関数のモデル化と依存構造のモデル化を別々に行うことができる。本稿では、5 節の数値分析で、コピュラ関数法におけるコピュラ関数として、ガウシアンコピュラと t -コピュラを取り扱う。

本稿の構成は次のとおりである。2 節では、リスク合算上重要であるリスク分散効果について、リスク尺度の性質と関連付けて調べる。3 節では、リスク資本の管理に関して、合算単位の選択、サイロアプローチについて解説する。4 節では、各種リスク合算モデルの数理的な特徴を整理する。5 節では、リスク合算モデルとリスク分布（周辺分布、多変量同時分布）との関係を幾つかの観点から数値分析する。最後に 6 節で本研究を総括する。

2 リスク分散効果

2.1 総論

リスク合算を行う主たる目的の一つにリスク分散がある。リスク合算によるリスク分散効果は、主には次の 3 つの要素によって決まる。

1. エクスポージャー（ポジション）の数
2. エクスポージャー（ポジション）の集中度、あるいはポートフォリオの相対ウエイト
3. エクスポージャー（ポジション）間の相関

一般には、分散効果はエクスポージャーの数が増えると増加し、集中度が大きくなると減少し、また、相関が大きくなると減少する。1 と 3 の性質は、現代ポートフォリオ理論で特徴づけられる事項であり、また、2 の性質については、リスクの集中度を表す指標として、HHI(Herfindahl-Hirschman-Index) が知られており、この指標は信用集中リスク管理におけるリスク集中度を測る簡易な指標としても活用されている。

なお、1 と 3 の性質について、簡単に図 3 で示すことができる。分散効果を考慮する前のポートフォリオ内のエクスポージャー（ポジション）を X_i ($i = 1, \dots, N$)、分散効果を考慮後の合算エクスポージャー（ポジション）を X_T *²、また、ポートフォリオ内のペア間相関係数を ρ （一定）とすると、分散化率 DR は次式で定義することができる。

$$DR = \frac{X_T}{\sum_{k=1}^N X_k} \quad (2.1)$$

ここで、 $DR = 1$ は全く分散化されていない状態で、分散化が進むと、下限 $\sqrt{\rho}$ の一定値に漸近する。また、現代ポートフォリオ理論では、ポートフォリオのリスクは、システムティック・リスク（一般市場リスクとも言う。）とエクスポージャー（ポジション）の固有リスクの 2 つのリスクから構成されるが、分散化が進むと、後者のリスクは減少し、漸近的には 0 となり、前者のリスクのみが残ることになる。

*² 実際の合算方法は、後述の分散共分散法 (4.12) 式による。

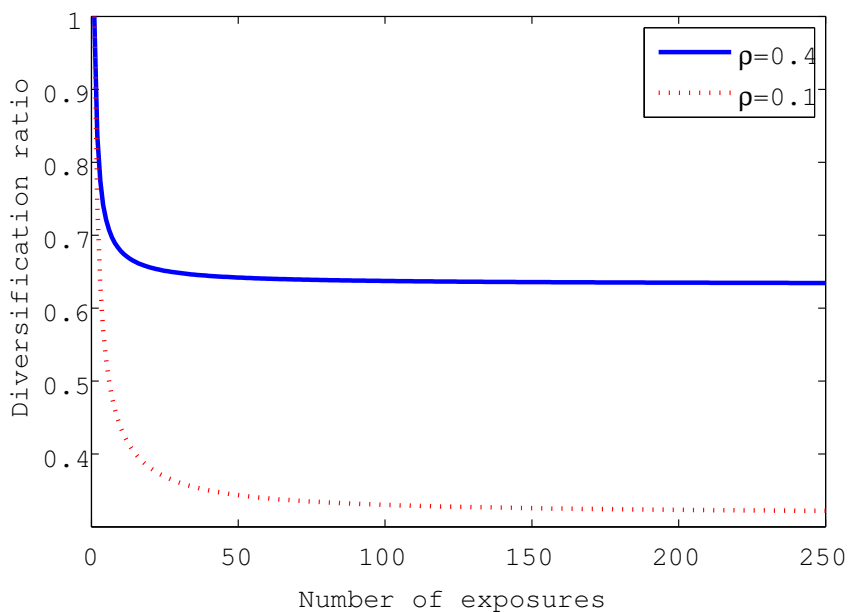


図 3: 分散化率

これを数式を使って説明してみる。例えば、リスク尺度として損失率 L の分散を考えると、期待値を $E[\cdot]$ 、分散を $V[\cdot]$ として、次式が恒等的に成立する。

$$V[L] = V[E[L|X]] + E[V[L|X]] \quad (2.2)$$

ここで、 X はシステマティック・リスクファクターである。このとき、右辺の第 1 項はシステマティック・リスクに係る部分で、 $E[L|X]$ は X と共に変動し、この分散 $V[E[L|X]]$ はポートフォリオ内のエクスポージャー数が増加しても消えない。これに対して、右辺の第 2 項は固有リスクに係る部分を表すが、エクスポージャーの数が増えると減少し、漸近的にはゼロになる。しかしながら、十分に分散されないポートフォリオでは、固有リスクの残差が生じる。

図 3 は、2 つの相関係数を設定した場合の等価ウエイトの資産・負債のポートフォリオに対する分散効果を示したものである。相関係数を所与として、エクスポージャーの数が増えると、分散効果は大きくなり、分散化率は減少する。相関係数が $\rho = 0.4$ では、均一なサイズのエクスポージャーの数が約 30 程度で、ほぼ限界に近い分散効果を得ることが可能である。また、相関係数が $\rho = 0.1$ では、同様に約 70 程度で、ほぼ限界に近い分散効果を得ることが可能である。

今度は、相関係数による大小を見ると、リスク間相関係数として標準的な数値である $\rho = 0.4$ では、分散化効果は約 3 分の 1 であるが、一方、それよりも小さい相関係数 $\rho = 0.1$ では、分散化効果は大きく、約 3 分の 2 になる。

なお、銀行全体で見た場合のリスク分散効果は、市場リスク、信用リスク、およびオペレーショナル・リスクを主要なリスクとする典型的な銀行に対して、15% から 28%^{*3}と推定されている。

2.2 リスク分散効果と劣加法性

リスク合算を行う際に合算単位の1つとして、業務部門単位を挙げることができるが（後述の3節で議論）、本節では、業務部門単位でリスク合算する際のリスク尺度の満たすべき条件について検討する。

P を実確率測度として、ある確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) 上で定義される実数値をとる確率変数の集合 Γ を考える。確率変数 $X_1, X_2 \in \Gamma$ に対して、 $X_1 + X_2 \in \Gamma$ が成立し、また、任意の実数 $a \in \mathbb{R}$ に対して $aX_1 \in \Gamma$ と任意の実数 $b \in \mathbb{R}$ に対して $X_1 + b \in \Gamma$ が成立すると仮定する。このとき、 Γ の任意の元の実数値を割り当てる任意の関数 $\rho: \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ をリスク尺度と呼ぶ。

それぞれの損失が同じ分布に従う確率変数 X_1 と X_2 であるような2つの業務部門を考える。VaRなどで定義されるリスク量をカバーするために、リスク量と等しいリスク資本を使用するものとする。ここで、2つの業務部門のリスク資本は、リスク尺度 ρ によって、それぞれ、 $\rho[X_1]$ と $\rho[X_2]$ で表されるものとする。

このとき、リスク管理の原則に照らして、 $X_i > \rho[X_i]$, ($i = 1, 2$) というイベントが生起しないような $\rho[X]$ が選択され、次の不等式が確率1で成立^{*4}する。

$$(X_1 + X_2 - \sum_{j=1}^2 \rho[X_j])_+ \leq \sum_{j=1}^2 (X_j - \rho[X_j])_+ \quad (2.4)$$

この式が意味するところは、2つの業務部門の合算リスク資本でカバーされない業務部門合算の資本不足（以下、ショートフォール^{*5}という。）は、各業務部門単体のショートフォールの合計値以下になる点である。資本の効率的運用という観点からは、一方のショートフォールを他方の資本でカバーすることが可能な場合があるので、業務部門間のリスクを統合する方が効果的である。また、規制当局の観点からは、金融機関の合併を促す理由づけにもなる。

なお、リスク尺度の特性として、Artzner 他 (1999) や Szegö(2004) では、以下の特性を挙げている。

1. 単調性：任意の $X_1, X_2 \in \Gamma$ に対して、 $X_1 \leq X_2$ ならば $\rho[X_1] \leq \rho[X_2]$ である。

^{*3} Dikamos and Aas(2002):28%, Ward and Lee(2002):22%, KSW(2001):15% である。

^{*4} [証明] $d_j = \rho[X_j]$ ($j = 1, 2$), $d = d_1 + d_2$ として、

$$\begin{aligned} (X_1 + X_2 - d)_+ &= ((X_1 - d_1) + (X_2 - d_2))_+ \\ &\leq ((X_1 - d_1)_+ + (X_2 - d_2)_+)_+ \\ &= (X_1 - d_1)_+ + (X_2 - d_2)_+ \end{aligned} \quad (2.3)$$

^{*5} 損失 X からリスク資本 $\rho[X]$ を控除した量のゼロ以上の部分、すなわち、

$$\max(X - \rho[X], 0) = (X - \rho[X])_+$$

をショートフォールという。

2. 正の同時性：任意の $X \in \Gamma, a > 0$ に対して、 $\rho[aX] = a\rho[X]$ である。
3. 変換不変性：任意の $X \in \Gamma, b \in \mathbb{R}$ に対して、 $\rho[X + b] = \rho[X] + b$ である。
4. 劣加法性：任意の $X_1, X_2 \in \Gamma$ に対して、 $\rho[X_1 + X_2] \leq \rho[X_1] + \rho[X_2]$ である。
5. 凸性：任意の $X \in \Gamma, \lambda \in [0, 1]$ に対して、 $\rho[\lambda X_1 + (1 - \lambda)X_2] \leq \lambda\rho[X_1] + (1 - \lambda)\rho[X_2]$ である。
6. 共単調リスクの加法性：共単調な任意の $X_1, X_2 \in \Gamma$ に対して、 $\rho[X_1 + X_2] = \rho[X_1] + \rho[X_2]$ である。

リスク尺度の望ましい性質としてコヒレント性が挙げられるが、この性質は上記 1 から 4 を全て満たす場合に限り満たされる。ただし、Dhaene 他 (2008) によると、リスク尺度がコヒレント性を有しても、2つの業務部門のリスク合算によるショートフォールは、むしろ増加することが指摘されている。

そこで、リスク尺度がコヒレント性を有する場合にリスク尺度の満たすべき条件について考える。まず、リスク尺度 ρ がコヒレントなリスク尺度である場合、次式で表される劣加法性を有する。

$$\rho[X_1 + X_2] \leq \rho[X_1] + \rho[X_2] \quad (2.5)$$

このとき、合算エクスポージャー（ポジション）の損失 $X_1 + X_2$ に対して配賦されるリスク資本 $\rho[X_1 + X_2]$ は、2つの業務部門のリスク資本の単純和 $\rho[X_1] + \rho[X_2]$ 以下に選ぶことが可能であり、劣加法性により、リスク分散効果が得られると考えることができる。

同時に、2つの業務部門合算のリスク資本 $\rho[X_1 + X_2]$ でカバーされない損失に対するショートフォールは、2つの業務部門のリスク資本の単純和 $\rho[X_1] + \rho[X_2]$ でカバーされない損失に対するショートフォールの合計値以上になることがわかる。すなわち、(2.5) 式の劣加法性が満たされる場合、

$$(X_1 + X_2 - \sum_{j=1}^2 \rho[X_j])_+ \leq (X_1 + X_2 - \rho[X_1 + X_2])_+ \quad (2.6)$$

が成立する。

したがって、リスクの業務部門合算を行う際に、ショートフォール・リスクを減少させるためには、2業務部門合算で配賦されるリスク資本 $\rho[X_1 + X_2]$ でカバーされないショートフォールが、業務部門別に配賦される各資本 $\rho[X_1], \rho[X_2]$ によりカバーされないショートフォールの合計より小さくなるような制約を課す必要がある。事実、Danielsson 他 (2005) によれば、ポートフォリオを統合すると、連鎖破綻リスクが増嵩するという指摘もされている。

このため、劣加法性を有するリスク尺度をリスク資本として使用する場合、追加の要件として次の条件を課す。

$$(X_1 + X_2 - \rho[X_1 + X_2])_+ \leq \sum_{j=1}^2 (X_j - \rho[X_j])_+ \quad (2.7)$$

このとき、(2.6) 式と (2.7) 式より、業務部門のリスク合算によりショートフォール・リスクが増加しないための条件として、次の命題 2.1 を得る*6。

命題 2.1 (リスク尺度が劣加法性を有する場合のリスク尺度の満たすべき条件). 2つの業務部門のショートフォールが同時に発生する確率が正であると仮定する。すなわち、

$$P[X_1 > \rho[X_1], X_2 > \rho[X_2]] > 0 \quad (2.8)$$

を満たす確率変数の組み合わせ (X_1, X_2) を考えると、(2.6) 式と (2.7) 式が同時に成立するためには、リスク尺度 ρ は次式の加法性を満たさなければならない。

$$\rho[X_1 + X_2] = \rho[X_1] + \rho[X_2] \quad (2.9)$$

次に、損失が正規分布に従う確率変数である場合、2つの業務部門合算によるショートフォールの期待値*7が満たすべき条件を命題 2.2 で得る。

命題 2.2 (損失が正規分布に従う場合のリスク尺度の満たすべき条件). 「変換不変性」と「正の同時性」という2つのリスク尺度の特性を満たす任意の正のリスク尺度 ρ と、2変量正規分布に従う、損失を表す任意の確率変数のペア (X_1, X_2) に対して、(2.7) 式の両辺の期待値をとった次の不等式が成立し、業務部門合算によりショートフォールの期待値は常に減少する。*8

$$E[(X_1 + X_2 - \rho[X_1 + X_2])_+] \leq \sum_{j=1}^2 E[(X_j - \rho[X_j])_+] \quad (2.13)$$

この命題は、確率変数 X が正規分布に従う場合、リスク尺度が「変換不変性」と「正の同時性」を持てば、2つの業務部門を合算したショートフォールを考える際、ショートフォールの期待値に関して劣加法的となることを示している。特に、リスク尺度が VaR の場合、一般には劣加法性を満たさないのが有効である。

*6 証明は Dhaene 他 (2008) を参照されたい。

*7 保険リスクの文献 (例えば、Dhaene 他 (2008)) では、いわゆる「期待ショートフォール」と呼ばれる場合がある。

*8 [証明] (X_1, X_2) を、 $V[X_j] = \sigma_j^2$, $V[X_1 + X_2] = \sigma^2$ であるような2変量正規分布に従う確率変数の組と仮定する。また、 Z を標準正規分布に従う確率変数とする。このとき、 $X_j = \sigma_j Z$ であるから、

$$E[(X_j - \rho[X_j])_+] = \sigma_j E[(Z - \rho[Z])_+] \quad (2.10)$$

$$E[(X_1 + X_2 - \rho[X_1 + X_2])_+] = \sigma E[(Z - \rho[Z])_+] \quad (2.11)$$

が成立する。ここで、仮定より、

$$\sigma^2 = V[X_1 + X_2] = V[X_1] + V[X_2] + 2\text{corr}[X_1, X_2]V[X_1]V[X_2] \leq (\sigma_1 + \sigma_2)^2 \quad (\because \text{corr} \leq 1)$$

$$\therefore \sigma \leq \sigma_1 + \sigma_2 \quad (2.12)$$

が成立するので、(2.10)、(2.11)、(2.12) 式から、(2.13) 式が成立することを示せる。

3 リスク資本管理

リスク資本を計算する場合、通常、最初に個々のリスク要素の評価を行い、その後、金融機関グループ全体で、これらリスク要素を合算する。このリスク合算プロセスは、個々の「リスクタイプ」の特定と、その「リスク合算手法」が特徴的である。以下では、リスク合算のフレームワークのうち、合算単位の選択と合算手順に関するサイロ・アプローチの概要について説明する。^{*9}

リスク合算を行うためには、まず、リスクの分類を行う必要がある。典型的には、この分類は2つの次元によって行われる。1つの次元は、「リスクタイプ」、言い換えると、リスクの経済的性質である。銀行の場合、市場リスク、信用リスク、流動性リスクといった主要なリスクの他、オペレーショナル・リスクやビジネスリスクなどが該当する。また、保険会社や保険業務を行う金融コングロマリットの場合、保険引受リスクが主要なリスクとして加わる。リスクタイプは、更に、「リスクカテゴリー」に細分化することが可能である。もう1つの次元は「業務部門単位」であり、親会社内の様々な「業務部門」、ないしは親会社、子会社、あるいは関連会社などの「法人」が該当する。

後者の分類に比べて、前者の分類では、金融機関によりリスクの定義が異なる可能性があり、あるいは、1つの金融機関でも保有するポートフォリオによって異なる可能性がある。こうした差異が生じる理由は、金融機関によって業務内容やリスク評価の水準が異なるためである。ここで、リスクタイプとリスクカテゴリーの対応例を表1に示す。また、世界の大手金融機関17行を対象に、主要業務部門別リスク資本の配賦割合について調査した結果がIFRI/CRO(2007)に示されており、表2の通りである。

菅野(2010)によると、多くの金融機関では、最初にポートフォリオレベルで、リスクタイプ毎にリスク量を評価した後、それらを金融機関グループ全体のポートフォリオとして合算する「リスクタイプのサイロ」を合算するアプローチを採るが、最初に、業務部門単位で、市場リスク計測や信用リスク計測などの個別リスク計測を統合することで、統合リスク量を評価する「業務部門単位のサイロ」を合算するアプローチを採用する金融機関もある、としている。あるいは、双方のアプローチを折衷したような「ハイブリッド・アプローチ」を採用する金融機関もあるが、このようなケースは、特定の業務部門単位あるいはエクスポージャーの何れかが小さ過ぎて、別々に計測する重要性が低いときに見られるとしている。これら何れの方法でも、表1、表2に見られるようなリスクタイプ、業務部門を単位をとしてリスク合算が行われる。

金融機関の統合リスク管理上は、銀行の直面するリスクに関して、バーゼル2第1の柱の自己資本比率算定に含まれないリスク（与信集中リスク、銀行勘定の金利リスク等）も含めて、リスクタイプ（信用リスク、市場リスク、オペレーショナル・リスク等）毎にVaR等の「統一的なリスク尺度」で測り、各種リスクを合算して、金融機関の経営体力、すなわち自己資本と対比することによって管理する。

^{*9} 各サイロ・アプローチの利点および欠点とリスク合算上の論点の詳細は、菅野(2010)を参照されたい。

表1: リスクタイプとリスクカテゴリーの対応例

リスクタイプ	リスクカテゴリー
市場リスク	バンキング勘定 トレーディング勘定 内包型金利リスク
信用リスク	バンキング勘定 トレーディング勘定 証券化 プライベートエクイティ投資
オペレーショナル・リスク	リーガルリスク含む。
ビジネスリスク	戦略リスク 税務リスク 評判リスク サステナビリティ
流動性リスク	資金繰りリスク 市場流動性リスク
年金リスク	年金基金
保険リスク	保険業務

(出典) 菅野 (2010) 180 頁 図表 8-2。

表 2: 主要業務部門別リスク資本の配賦割合 (%)

業務部門	信用リスク	市場リスク	オペレーシ ョナル・リ スク	ビジネスリ スク
コマーシャルバンキング	79	7	10	4
リテールバンキング	72	9	11	8
コーポレートファイナンス	63	8	20	9
アセットマネジメント	10	28	32	30
トレーディング・セールス	40	6	18	36
カストディ・代理業務	22	39	36	4

(出典) IFRI/CRO(2007) 19 頁 図 17。(注) カストディ・代理業務については、出典の通りの数字であるものの、合計が 100 にならず、101 となっている。

表1に掲載したリスクタイプのうち、国際統一基準行を始めとして典型的な金融機関は、貸出等の信用リスク関連の業務が主要業務であり、市場業務を相当程度行っている金融機関は、信用リスクに加えて、市場リスクを多く抱える。また、オペレーショナル・リスクは金融機関共通に様々な業務から派生するリスクである。

IFRI/CRO フォーラムの調査(2007)(表3参照。)によれば、調査参加金融機関のリスクタイプ別のリスク資本の平均は、信用リスク：61%、市場リスク：10%、オペレーショナル・リスクとビジネスリスク：29%という結果になっている。また、若干データは古いですが、Oliver, Wyman & Co.(OWC)が2000年に実施した調査(調査結果はKSW(2001)に掲載されている。表3参照。)によれば、欧米の国際的に活動する9つの大銀行に対して調査した結果、信用リスク：53%、市場リスク：21%、およびオペレーショナル・リスクとその他リスク：26%という結果になっている。また、Capital Market Risk Advisors(CMRA(2001))の調査(表3参照。)によれば、38銀行(うち6行はグローバルに展開する大規模の銀行)に対して調査し、CMRA(2001)と類似の結果となっている。3つの調査結果の数値を単純平均すると、信用リスク：55%、市場リスク：17%、およびオペレーショナル・リスクとその他リスク：28%となり、これを各リスクエクスポージャーのウェイト(合計100%)とし、5節で行う数値分析で適用し、リスク合算を行う。

表3: リスクタイプ別リスク資本配賦の調査結果(単位:%)

リスクタイプ	IFRI/CRO	OWC	CMRA	平均
信用リスク	61	55	48	55
市場リスク	10	20	21	17
オペレーショナル・リスク, その他リスク	29	25	31	28

(出典) IFRI/CRO(2007),KSW(2001),および CMRA(2001)

4 リスク合算モデル

金融機関(銀行, 保険, 証券など)全体のリスク資本は、リスクタイプ毎, 業務部門毎にリスク資本を合算して計算される。リスクタイプ $i(i = 1, \dots, l)$, 業務部門 $j(j = 1, \dots, m)$ の損失 X_{ij} ($i = 1, \dots, l; j = 1, \dots, m$) は、通し番号を $k(k = 1, \dots, n)$ ($n = l \times m$) とし、各リスクタイプ・業務部門の資産額に対するウェイトベクトルを $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)^T$ (ただし、 $\sum_{k=1}^n \alpha_k = 1$ である。), 損失(負のリターン)を表す確率ベクトル $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^T$ とすると、 $\alpha_k Y_k$ ($k = 1, \dots, n$) と置き換えることができる。

このとき、金融機関全体で合算した損失 Z は、

$$Z = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m X_{ij} = \sum_{k=1}^n \alpha_k Y_k \quad (n = l \times m) \quad (4.1)$$

となり, Y_k ($k = 1, \dots, n$) の平均と標準偏差, および Y_i と Y_j ($i, j = 1, \dots, n$) との間の線形相関係数は以下のように表される。

$$\mu_k = E[Y_k], \sigma_k = \sqrt{Var[Y_k]}, r_{i,j} = r[Y_i, Y_j] = \frac{Cov[Y_i, Y_j]}{\sigma_i \sigma_j} \quad (4.2)$$

したがって, 合算損失 Z の平均 μ_Z と標準偏差 σ_Z は, 分散共分散行列を $\mathbf{A} = \{Cov[Y_i, Y_j]\}_{i=1, \dots, n}^{j=1, \dots, n}$ とすると, それぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} \mu_Z &= E\left[\sum_{k=1}^n \alpha_k Y_k\right] = \sum_{k=1}^n \alpha_k \mu_k \\ \sigma_Z &= \sqrt{Var\left[\sum_{k=1}^n \alpha_k Y_k\right]} = \sqrt{\boldsymbol{\alpha}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\alpha}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j r_{i,j} \sigma_i \sigma_j} \end{aligned} \quad (4.3)$$

ここで, Y_k の分布関数を F_{Y_k} とすると, 信頼水準 $100(1-p)\%$ (*e.g.* $p = 0.05\%$) のリスク資本 RC_k は, $(1-p)$ -パーセンタイル値から予想損失 $E[X_k]$ を控除して, 次式のように表せる。

$$RC_k = F_{Y_k}^{-1}(1-p) - E[Y_k] \quad (4.4)$$

となる。

リマーク 4.1 (周辺分布が正規分布である場合のリスク資本). 実際の分布に対して計算されるリスク資本 RC_k を, 個々の損失 Y_k が正規分布 $N(\mu_k, \sigma_k^2)$ に従う場合のリスク資本 RC_k^{norm} で近似することを考える。このとき, 個々の損失 Y_k の分布関数の逆関数 $F_{Y_k}^{-1}$ は, 標準正規分布関数 $\Phi(\cdot)$ の逆関数 $\Phi^{-1}(\cdot)$ によって,

$$F_{Y_k}^{-1}(1-p) = \mu_k + \Phi^{-1}(1-p)\sigma_k \quad (4.5)$$

と表せるので, 正規分布に近似した資本 RC_k^{norm} は,

$$RC_k^{norm} = \Phi^{-1}(1-p)\sigma_k \quad (4.6)$$

となる。ここで, 分布の歪度 (Skewness) に起因するリスク資本の増分を $SkewRC_k$ とすると,

$$SkewRC_k = RC_k - RC_k^{norm} \quad (4.7)$$

と定義することができる。この量は, 実際の歪んで非対称な分布を, 左右対称のテイル依存性がない正規分布で近似した場合に不足する量を表す。

4.1 総和法

合算リスク資本の計算で最も簡単な方法は, 各リスクタイプ・業務部門のリスク資本 RC_k ($k = 1, \dots, n$) の (加重) 総和を求める方法であり, これを総和法という。総和法による合算リスク資本

を RC_Z^{sum} とすると,

$$RC_Z^{sum} = \sum_{k=1}^n \alpha_k RC_k \quad (4.8)$$

となる。この方法は最も簡易で、わが国の金融機関で最も多く採用されている方法であるが、VaR など劣加法性を満たさないリスク尺度を使用する場合、一般にリスク資本の過大評価になる。ただし、リスクが多変量正規分布に従うとき、加法性が成り立つ。

4.2 分散共分散法

リスクタイプ毎、業務部門毎の個々の損失間の分散を考慮する分散共分散法について説明する。

まず、合算損失 $Z = \sum_{k=1}^n \alpha_k Y_k$ の合算リスク資本は次式となる。

$$RC_Z = \sigma_Z G_Z^{-1}(1-p) \quad (4.9)$$

ここで、 $G_Z^{-1}(1-p)$ は、標準化した合算損失 $(Z - \mu_Z)/\sigma_Z$ の確率分布 G_Z における $(1-p)$ -パーセンタイル値で、ゼロからのリスクを標準偏差によって計測する関数であり、負の値^{*10}をとる。

次に、(4.3) 式の σ_Z を (4.9) 式に代入すると、統合リスク資本は、 $G_Z^{-1}(1-p)$ の符号がマイナスであることに注意して、

$$RC_Z = -\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j r_{i,j} \sigma_i \sigma_j [G_Z^{-1}(1-p)]^2} \quad (4.10)$$

となる。また、統合 VaR は次式で表される。

$$VaR_Z = \mu_Z - \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j r_{i,j} \sigma_i \sigma_j [G_Z^{-1}(1-p)]^2} \quad (4.11)$$

ここで、次の仮定を置く。

仮定 4.1. 各リスクタイプ・業務部門の標準化した損失 $(Y_i - u_i)/\sigma_i$ のパーセンタイル値 $G_{Y_i}^{-1}(1-p)$ が、標準化した合算損失 $(Z - u_Z)/\sigma_Z$ のパーセンタイル値 $G_Z^{-1}(1-p)$ と等しい。

この仮定が成立するのは、例えば、多変量正規分布の場合である。このとき、 $RC_i = \sigma_i G_{Y_i}^{-1}(1-p)$

^{*10} e.g. 標準正規分布の場合、 $1-p = 99.9\%$ タイルに対して -3.09 となる。

であるので、統合リスク資本は次式となる。

$$\begin{aligned}
RC_Z &= -\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j r_{i,j} \sigma_i \sigma_j [G_Z^{-1}(1-p)]^2} \\
&= -\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j r_{i,j} [\sigma_i G_{Y_i}^{-1}(1-p)] \cdot [\sigma_j G_{Y_j}^{-1}(1-p)]} \\
&= -\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j r_{i,j} RC_i RC_j}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

また、統合 VaR は次式となる。

$$VaR_Z = \mu_Z - RC_Z = \mu_Z - \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j r_{i,j} (VaR_i - \mu_i)(VaR_j - \mu_j)} \tag{4.13}$$

リマーク 4.2 (実際の周辺分布が全て同一でない場合). 標準化した周辺分布 G_{Y_i} の中で、合算損失分布 G_Z や他の周辺分布と異なる分布が存在する場合を考える。

分散共分散法では、仮定 4.1 で、パーセンタイル値が全て等しい、すなわち、

$$G_Z^{-1}(1-p) = \dots = G_{Y_i}^{-1}(1-p) = G_{Y_j}^{-1}(1-p) \tag{4.14}$$

と仮定しているが、通常、実際のデータの周辺分布のパーセンタイル値は異なる。このため、分散共分散法で計算されるリスク資本を実際のデータから計算されるリスク資本と比べた場合、 $RC_i(1-p) = \sigma_i G_{Y_i}^{-1}(1-p)$ の式をみると、係数の $G_{Y_i}^{-1}(1-p)$ は同じ値が固定されているため、結果的にボラティリティが真の VaR に比べて過大推定あるいは過小推定となる。つまり、正味の効果は周辺分布のパーセンタイル、ボラティリティあるいはポートフォリオのパーセンタイルに依存する。実際の個々のリスク分布（周辺分布）を考えると、信用リスクやオペレーショナル・リスクの分布などは正規分布に従っていないので、まさにこうした状況が起こり得る。

リマーク 4.3 (共単調性が成立する場合). 「共単調性」とは極端な正の依存構造を指し、個々の損失 Y_i の 1 つが増加すると、他の損失も全て増加することを示し、Dhaene 他 (2002a/2002b) で提示された。

Dhaene 他 (2002a/2002b) によると、個々の損失 Y_i 全てが共単調である場合、総和法による合算リスク資本 RC_Z^{sum} ((4.8) 式) は、合算損失 Z ((4.1) 式) から、その平均 μ_Z ((4.3) 式) を控除した $(Z - \mu_Z)$ の分布における $100(1-p)$ -パーセンタイル値になる。

また、確率ベクトル $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ が多変量正規分布に従い、任意の k, l ($k = 1, \dots, n; l = 1, \dots, n$) に対する相関係数 $r_{k,l}$ が 1 (完全相関) である特別な場合、 \mathbf{Y} は共単調となることが知られており、このとき、分散共分散法による合算リスク資本 RC_Z ((4.12) 式) は総和法による合算リスク資本 RC_Z^{sum} ((4.8) 式) に一致する。

共単調性を仮定した方法は、実際のリスク間の依存構造を極端な正の依存構造に置き換えているため、非常に保守的な方法である。このような方法はリスク分散効果を考慮しないため、一般には、合算リスク資本を過大推定することになる。

4.3 コピュラ関数法

一般に、個々の損失 Y_i は共単調ではなく、分散効果が存在する。このため、合算リスク資本の信頼水準を個々の資本の総和に対して設定する信頼水準 $100(1-p)\%$ よりも低く設定することが可能である。

また、異なるリスクタイプ間の依存構造を表現する場合、ピアソンの線形相関係数を取り上げる場合が多いが、この相関係数が有効であるのは、損失（リスク）の分布が多変量正規分布など楕円分布族の場合に限られる。

したがって、含まれるリスクが全て多変量正規分布に従う場合には、ピアソンの線形相関係数を使用する方法（分散共分散法という。）が正当化されるが、一般には、信用リスクやオペレーショナルリスクなどの損失分布は、正規分布に従わないことが知られており、依存構造を的確に記述する方法としてコピュラ関数が有効である。

コピュラは、標準一様分布を有する n 次元の累積分布関数 C として定義可能であり、ここで、 C は $[0,1]^n \rightarrow [0,1]$ へのマッピングである。 $C(u_1, \dots, u_n)$ と表記する場合、 u_i は $[0,1]$ 間の累積周辺分布の確率を表し、次の3つの特性を持つ。

1. $C(u_1, \dots, u_n)$ は、各要素 u_i に関して増加関数である。
2. $C(1, \dots, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$ は、任意の要素 $u_i \in [0,1]$ に関して C_i の周辺分布関数である。
3. C は常に非負である。

合算損失 S の $100(1-p)$ -パーセンタイルをコピュラ関数 C と個々の損失 Y_i の周辺分布関数 $F_i(y_i)$ を使って求める。このとき、確率ベクトル $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ の多変量同時分布関数 F は、Sklar の定理 (1959) により次式で与えられる。

$$F_{Y_1, Y_2, \dots, Y_n}(y_1, y_2, \dots, y_n) = C(F_1(y_1), F_2(y_2), \dots, F_n(y_n)) \quad (4.15)$$

今度は、周辺分布関数の一意性より、次の表現を得る。

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = F(F_1^{-1}(u_1), F_2^{-1}(u_2), \dots, F_n^{-1}(u_n)) \quad (4.16)$$

この表現はよく知られた多変量分布関数によるコピュラ関数の表現であり、多変量正規分布関数は、コピュラがガウシアンで、周辺分布関数が1変量正規分布関数の組み合わせによって、また、多変量 t -分布関数は、コピュラが t -コピュラで、周辺分布関数が1変量 t -分布関数の組み合わせによって表現される。すなわち、

$$C_\rho^{Ga}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \Phi_\rho(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n)) \quad (4.17)$$

$$C_{\nu, \rho}^t(u_1, u_2, \dots, u_n) = t_{\nu, \rho}(t_\nu^{-1}(u_1), \dots, t_\nu^{-1}(u_n)) \quad (4.18)$$

となる。ここで、 Φ_ρ , $t_{\nu,\rho}$ は、それぞれ線形相関係数が ρ の多変量正規分布関数と、線形相関係数が ρ で自由度 ν の多変量 t -分布関数である。また、 Φ_ρ^{-1} , $t_{\nu,\rho}^{-1}$ は、それぞれ Φ_ρ , $t_{\nu,\rho}$ の逆関数である。

この表現の応用として、楕円分布族のコピュラと、それとは異なる任意の周辺分布関数 F_i を組み合わせて、非楕円分布族のモデルを構築することができる。コピュラがガウシアン・コピュラの場合をメタ-ガウシアンモデル、 t -コピュラの場合をメタ- t モデルといい、それぞれ以下の式で表される。

$$C_\rho^{Ga}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \Phi_\rho(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n)) \quad (4.19)$$

$$C_{\nu,\rho}^t(u_1, u_2, \dots, u_n) = t_{\nu,\rho}(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n)) \quad (4.20)$$

■共単調コピュラ コピュラ関数には Fréchet の境界が存在する。

定理 4.1 (Fréchet の境界不等式). 任意のコピュラ $C(u_1, \dots, u_n)$ に対して、次の境界が存在する。

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^n u_j + 1 - n, 0 \right\} \leq C(u_1, u_2, \dots, u_n) \leq \min\{u_1, \dots, u_n\} \quad (4.21)$$

確率ベクトル $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ は、そのコピュラが Fréchet の上限をとる場合を共単調であるといい、また、そのコピュラを共単調コピュラといい、 C^{up} で表す。

$$C^{up}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min\{u_1, \dots, u_n\} \quad (4.22)$$

■統合損失分布のシミュレーション ガウシアン・コピュラを使って統合損失分布を計算する場合の計算方法（ガウシアンモデル、メタ-ガウシアンモデル）は次のとおりである。

簡単のため、2変量ガウシアンコピュラと周辺分布 F_x と F_y （パラメトリックでもノンパラメトリックでも可、ガウシアンモデルの場合は、標準正規分布。）を使用して、同時分布から確率変数 A と B をシミュレーションする方法を説明する。

独立標準正規ベクトルと相関係数行列をコレスキー分解して得た下三角行列から求めた相関標準正規ベクトル X と Y は、相関係数 ρ の2変量正規分布に従う、すなわち、 $X, Y \sim \Phi(x, y; \rho)$ である。この X と Y を1変量標準正規累積分布関数 Φ を使って、ガウシアンコピュラからの実現値に変換すると、 $U = \Phi(X), V = \Phi(Y)$ は、 $U, V \sim \Phi(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v), \rho)$ となる。最終的に U, V を逆変換して、周辺分布 $A = F_x^{-1}(U), B = F_y^{-1}(V)$ を得る。

■パラメーターの特定 コピュラ関数の実務上の適用で課題となるのは、パラメーターのキャリブレーションである。一般には、異なるリスク間の依存構造に関する実績データで容易に利用可能なものは存在しないため、コピュラをモデル化するのは非常に難しいものとなる。

楕円分布族の場合、依存構造を特定するための基本的なものとして順位相関係数が挙げられる。この係数は、周辺分布には依存せず、多変量分布を規定するコピュラ関数のみに依存するものである。順位相関係数がわかれば、実証データにコピュラ関数をキャリブレーションすることができる。

順位相関係数として、ケンドールのタウを考える。2つの独立した確率ベクトル $\mathbf{X} = (X_1, X_2)$ と $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2)$ が同じ分布から生成されると仮定する。このとき、ケンドールのタウ τ は、2つのベクトルの調和の確率から非調和の確率を控除したものとして、次のように定義することができる。

$$\tau(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) < 0] \quad (4.23)$$

ここで、 τ の標準推定量は、モーメント法により、次式により計算することが可能である。

$$\tau(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \binom{n}{2}^{-1} \sum_{t=1}^n \sum_{s=t+1}^n \text{sgn}((X_t - X_s)(Y_t - Y_s)) \quad (4.24)$$

ここで、 sgn は括弧内の2つの数値の積の符号、すなわち +1 あるいは -1 を表す。

実証データが分かれば、今度は次式のケンドールのタウとピアソンの線形相関係数 r との関係により、楕円分布型コピュラ（ガウシアンコピュラ、 t -コピュラなど）の場合、 r を次式により計算することができる。

$$\tau[\mathbf{X}, \mathbf{Y}] = \frac{2}{\pi} \arcsin(r[\mathbf{X}, \mathbf{Y}]) \quad (4.25)$$

この式により、2つの時系列の分散と共分散を推定しなくても、 τ の値がわかれば、(4.25) 式を逆変換すれば、 r を推定することができる。また、時系列分布の歪度が高い場合やファットテイルがある場合でも、順位相関係数のケンドールのタウは、線形相関係数 r よりも良い推定量となる。

5 数値分析

市場リスク、信用リスク、およびオペレーショナル・リスクを対象としてリスク合算を行い、各リスク合算手法の特徴を調べる。各リスクの分布は、わが国金融機関が保有する一般的なポートフォリオのリスク分布に近い形で表現する。何れもパラメトリックな分布として、市場リスクには t -分布、信用リスクにはガンマ分布、オペレーショナル・リスクには、頻度分布としてベルヌーイ分布、強度分布として指数分布を採用し、損失分布として両者の複合分布を計算する。

ここで、各リスクのエクスポージャーとウェイトを設定する。各リスクのエクスポージャーは、市場リスクについては、トレーディング資産などの市場リスク資産額、信用リスクについては、貸出資産などの信用リスク資産額、そしてオペレーショナル・リスクについては、金融機関の業務全体に関わるので、オペレーショナル・リスク資産額を市場リスク資産額と信用リスク資産額の合計とする。金融機関全体のエクスポージャーは、3つのリスク資産額の合計とし、また、各リスクのウェイトは金融機関全体のエクスポージャーに対する当該リスクのエクスポージャーの割合と定義し、便宜上、3節で調査した数値、すなわち、市場リスク：17%、信用リスク：55%、オペレーショナル・リスク：28%を使用する。

分析内容としては、まず、5.1節で、各リスクの周辺分布が滑らかな単峰分布である典型的な計算例を取り上げ、数値分析する。次に、5.2節で、信用損失分布を単峰分布ではなく双峰分布とし

た場合の統合リスク資本計算上の注意点について検討する。更に、5.3 節と 5.4 節で、2.1 節で取り上げたリスク分散の決定要素のうち、リスク間の相関係数に対する統合リスク資本の影響については 5.3 節で、また、各リスクポートフォリオの相対ウェイトに対する影響については 5.4 節で検討する。

なお、リスク量 (VaR) は損失を表すので負の値をとり、それに対応するリスク資本も負の値をとるが、以下では、VaR およびリスク資本の計算値は絶対値 (正の値) として掲載するので注意されたい。

5.1 各リスク分布が単峰形の典型的な分析

典型的な計算例として、各リスクの周辺分布が滑らかな単峰分布である場合を考える。リスク資本を計算するためのタイムホライズンは 1 年とし、以下で計算する数値は全て年率である。

■市場リスク 市場ポートフォリオの収益率の分布を、自由度 $\nu = 5$ 、位置パラメータ $\mu = 0$ 、尺度パラメータ $\sigma = 1\%$ の t -分布として設定する*11。標準化 ($\mu = 0, \sigma = 1$) した t -分布の累積分布関数を $T(x)$ とすると、信頼水準 $100(1-p)\%$ に対する市場 VaR および市場リスク資本は、 $VaR_{1-p}^{Market}(X) = RC_{1-p}^{Market}(X) = \sigma T^{-1}(1-p)$ となる。

■信用リスク 信用ポートフォリオの損失率の分布を、形状パラメータ $a = 3$ 、尺度パラメータ $b = 0.01$ のガンマ分布 $\Gamma(x, a, b)$ として設定する。この密度関数 $f(x)$ は、 $f(x) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} x^{a-1} e^{-x/b}$ ($x \geq 0$) となる。したがって、信頼水準 $100(1-p)\%$ に対する信用 VaR は、 $VaR_{1-p}^{Credit}(X) = -\Gamma^{-1}(1-p)$ と表され、期待信用損失を、 $EL^{Credit}(X) := -E(X) = -ab = -3\%$ とすると、信用リスク資本は、 $RC_{1-p}^{Credit}(X) = VaR_{1-p}^{Credit}(X) - E(X) = \Gamma^{-1}(1-p) - ab$ となる。

■オペレーショナル・リスク De Fountnouvelle 他 (2003) の論文を参考に、金融機関全体のオペレーショナル損失率の分布を損失分布手法 (LDA) によりモデル化する。確率変数 X をオペレーショナル損失の実現値とし、リスク管理上、オペレーショナル損失として報告する上での閾値を \bar{X} とする。 \bar{X} を 1 (億円) とすると、これを超える損失の対数 $x = \log(X - \bar{X})$ が、平均パラメータ $b = 0.65$ (億円) の指数分布に従う確率密度関数 $f(x) = (1/b)e^{-x/b}$ を持つような強度分布を想定する。また、頻度分布として、1 年 365 日のうち平均 65 日オペレーショナル損失が発生することを受けて*12、パラメータ p が $p = 65/365$ のベルヌーイ分布を想定する。

この 2 つの分布 (強度分布, 頻度分布) の複合分布により、年間のオペレーショナル損失額を計算する。最終的に、リスクホライズン 1 年に対するオペレーショナル・リスク資本は、複合分布の $100(1-p)$ -パーセンタイル値から、期待オペレーショナル損失を控除して計算される。

*11 t -分布にはテイルが厚くなるというテイル依存の性質がある。テイルの厚みは自由度によって調整され、自由度を無限大にすると正規分布になる。近年、ポートフォリオの VaR 計測で t -分布が使用されており、例えば、Glasserman 他 (2002) は、テイルの厚いポートフォリオの VaR を計算するために、自由度を 3~7 に設定している。これを参考に、本稿では市場リスク分布のテイルの厚みを表現するため、自由度を 5 とした。

*12 Fountnouvelle 他 (2003) によると、典型的な国際的に活動する銀行の 1 年間の 100 万ドル超の損失額の平均である。

何れの周辺リスク分布も、100万回^{*13}のシミュレーションで作成した。各リスク資産1単位当たりの基本統計量は表4^{*14}のとおりである。リスク間相関係数は、表5の上段のデータを使用した。コピュラ関数法に関しては、(4.25)式より推計される相関係数を使用する方法も併せて実施する。^{*15}

表4: 周辺分布の基本統計量

	市場リスク	信用リスク	オペレーショナル・リスク
平均 (%)	-0.00	-3.00	-0.26
標準偏差 (%)	1.29	1.73	0.22
歪度	-0.0	-1.2	-150.8
尖度	7.7	5.0	45,566.4

表5: リスク間の線形相関係数

	市場リスク	信用リスク	オペレーショナル・リスク
市場リスク		0.30	0.20
	1.00	0.30	0.13
		0.80	0.40
信用リスク	0.30		0.20
	0.30	1.00	0.44
	0.80		0.40
オペレーショナル・リスク	0.20	0.20	
	0.13	0.44	1.00
	0.40	0.40	

^{*13} 分布のテイルのパーセンタイル値として定義される VaR などのリスク量を計算する場合、テイルの安定性について問題となる場合があるが、本計算では、PCのスペック (CPU: Core i5/2.4GHz, Memory: 4GB) を考慮して、シミュレーション回数を決定した。

^{*14} 市場リスクについてはリターン分布、信用リスクとオペレーショナル・リスクについては、損失率分布であるので、リターン分布として見るために平均と歪度の符号を反転させた。

^{*15} 上段の数値の出典は Dimakos and Aas(2002) で、生命保険子会社を保有するノルウェイ銀行に対するものである。中段の数値の出典は Ward and Lee(2002) で、生命保険業務と損害保険業務を兼営する保険会社に対するものである。下段の数値の出典は KSW(2001) で、インタビューときにオランダや他国の金融コングロマリットが内部リスク資本モデルで使用している数値である。

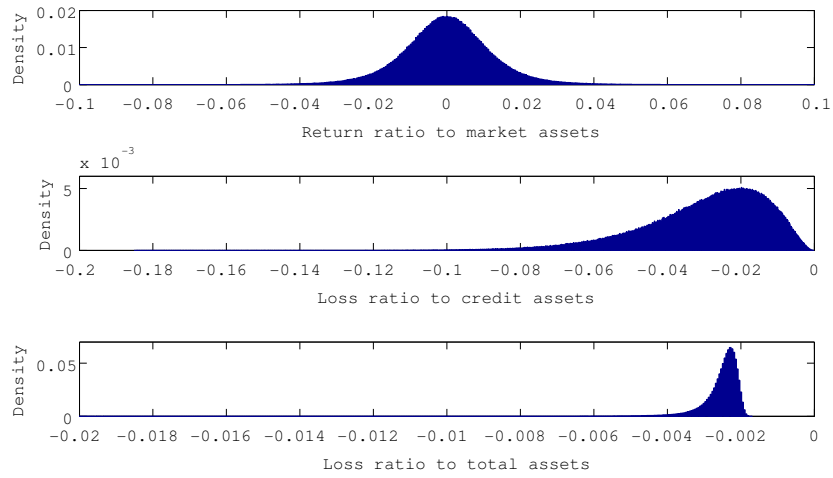


図 4: 周辺リスク分布 (オリジナル) (上段: 市場リスク (t_5 -分布), 中段: 信用リスク (ガンマ分布), 下段: オペレーショナル・リスク (複合分布))

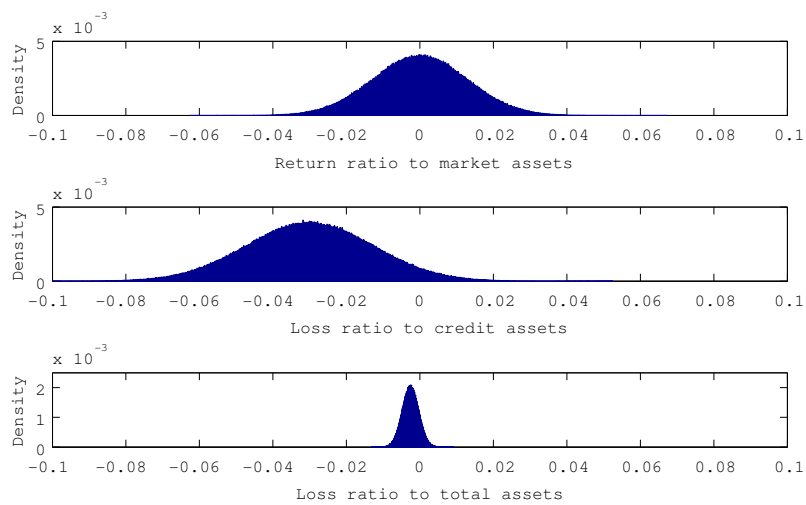


図 5: 周辺リスク分布 (ガウシアン・コピュラモデル) (図 4 の周辺分布を全て, 平均と分散が等価な正規分布に近似)

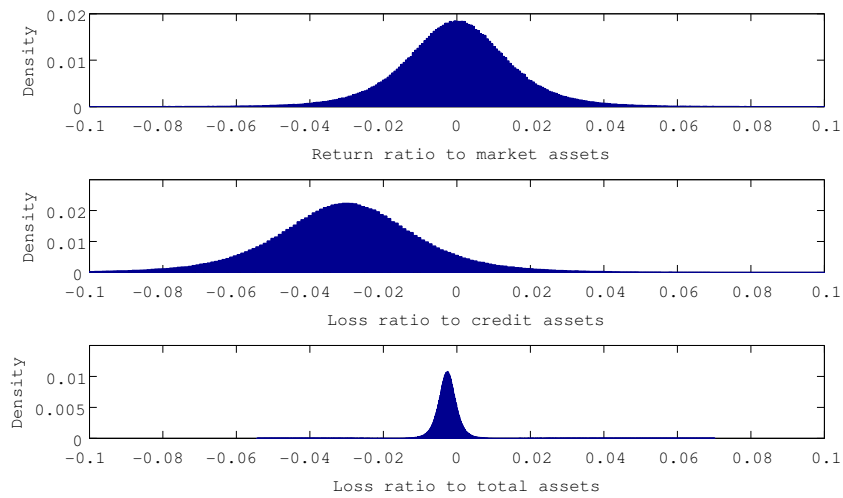


図 6: 周辺リスク分布 (t_5 -コピュラモデル) (図 4 の周辺分布を全て、平均と分散が等価な t_5 -分布に近似)

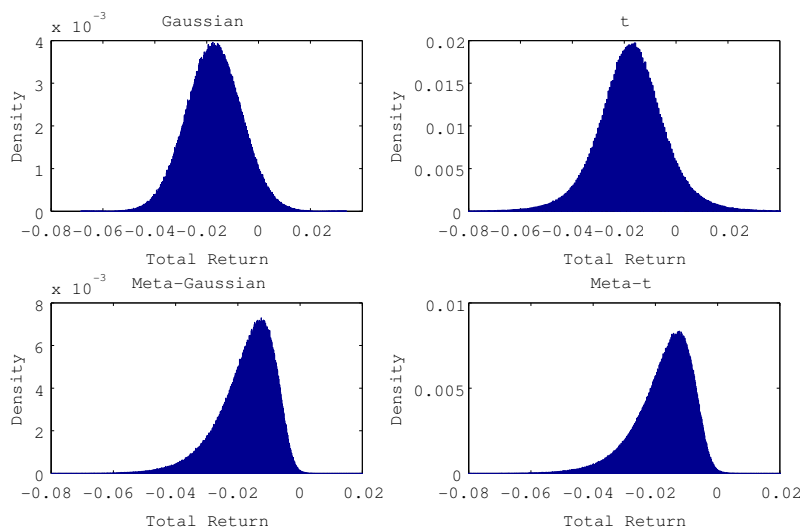


図 7: 統合リスク分布

図 4 に描かれる 3 つの周辺分布を所与として、総和法、分散共分散法、およびコピュラ関数法により、4 つの信頼水準 (90%, 99%, 99.9%, 99.98%) に対する統合 VaR から期待統合損失額を控除して、統合リスク資本を計算した。なお、99.9% は、バーゼル 2 (第 1 の柱) で最低所要自己資本額算定のために設定された数値である。そして、99.98% は、菅野 (2010) によれば、2008 年時点で、リスク資本の計算で銀行が設定している中で現在世界最高の水準であり、ドイツ銀行が設定

している。

コピュラ関数法に関しては、コピュラとして、ガウシアン・コピュラ、あるいは t_5 -コピュラを使用し、周辺リスク分布として、1変量正規分布（図5の分布）、1変量 t_5 -分布（図6の分布）、あるいは1変量シミュレーション分布（図4の分布）の何れかを使用した。なお、メタ-ガウシアン・コピュラモデルあるいはメタ- t_5 -コピュラモデルは、周辺リスク分布がシミュレーションによるオリジナルの確率分布で、コピュラがガウシアン・コピュラあるいは t_5 -コピュラである。

表6: 信頼水準別リスク資本（単位：％）

信頼水準 $100(1-p)(\%)$	90	99	99.9	99.98	
個々のリスク資本 $RC_k(1-p)$					
市場リスク	1.48	3.36	5.94	8.58	
信用リスク	2.33	5.41	8.22	10.27	
オペレーショナル・リスク	0.05	0.31	1.40	4.27	
統合リスク資本 $RC(1-p)$					
総和法	1.55	3.63	5.92	8.30	
分散共分散法	1.38 (10.7)	3.21 (11.5)	5.02 (15.2)	6.62 (20.3)	
コピュラ関数法	ガウシアンコピュラ（表5）	1.35 (12.5)	2.46 (32.2)	3.29 (44.5)	3.78 (54.5)
	ガウシアンコピュラ（(4.25)式）	1.35 (12.7)	2.46 (32.3)	3.28 (44.6)	3.77 (54.6)
	メタ-ガウシアン（表5）	1.20 (22.1)	2.81 (22.7)	4.29 (27.6)	5.30 (36.1)
	メタ-ガウシアン（(4.25)式）	1.21 (22.0)	2.81 (22.5)	4.31 (27.3)	5.31 (36.0)
	t_5 -コピュラ（表5）	1.58 (-1.8)	3.47 (4.5)	5.87 (0.9)	8.27 (0.4)
	メタ- t_5 -コピュラ（表5）	1.21 (21.8)	2.87 (21.0)	4.40 (25.8)	5.47 (34.1)

（注）統合リスク資本の下段の括弧内の数字は、総和法に対する乖離率、すなわち分散効果を示す。また、コピュラ関数法の各コピュラ名の後の括弧内は相関係数のソースを表す。なお、網掛け部分は、総和法の数値との絶対乖離率が最も小さいことを示す。

以上の計算結果を表6に示す。表6を見ると、ガウシアン・コピュラの場合、図4で見られる市場リスク、信用リスク、およびオペレーショナル・リスクの各周辺分布を1変量正規分布で近似することでテイル依存を表現できないため、総和法よりも絶対乖離率で約13%（信頼水準99%の場

合) から約 55% (信頼水準 99.98% の場合) ほど小さく、分散効果を考慮した推定となった。また、メタ-ガウシアン・コピュラの場合、周辺分布としてオリジナルの分布を使用しているため、信頼水準 90% の場合を除いて、周辺分布を 1 変量正規分布で近似することによる過小推定は、改善されている。

また、 t_5 -コピュラの場合、周辺分布を全て 1 変量 t_5 -分布に近似するが、信用リスクやオペレーショナル・リスクの分布も、それぞれテイルの厚いガンマ分布や複合分布であるため、相関を考慮した手法の中では、4 つの信頼水準何れにおいても最も総和法に近い数値^{*16}である。また、メタ- t_5 -コピュラの場合、4 つの信頼水準の何れでもメタ-ガウシアンの数値に近く、かつ t_5 -コピュラの場合より小さい数値となっており、依存構造の違いによる大きな差は見られなかった。

また、相関係数を表 5 の線形相関係数を所与とした場合と、(4.25) 式を使い順位相関係数より線形相関係数を逆算した場合とは、ほぼ一致することが確認された。なお、実務で実際に計算する場合、コピュラのパラメータの推定 (キャリブレーション) が問題となるが、その際、周辺分布のデータから推定しなければならないので、(4.25) 式を使い推定することが有効であると考えられる。

5.2 信用リスク分布が双峰形をとる場合の分析

一般に、金融機関が保有するリスクの大宗を占める信用リスクの分布を正確に近似することが、統合リスク量の計算上極めて重要である。今次金融危機により、「景気循環増幅効果 (プロシクリカリティ)」^{*17}が注目されているが、従来より信用サイクルは景気に連動しているという「シクリカリティ」の存在が指摘されている。このシクリカリティにより、信用損失分布は単峰形ではなく、むしろ双峰形に近いと言われている。

実証上は、Chourdakis(2009) が米国企業の月次デフォルト率^{*18}のデータベースを使い、レジーム・スイッチング・モデル^{*19}を用いて、大規模な均一ポートフォリオの損失分布を双峰分布を表す混合正規分布にフィッティングした。

一方、わが国企業に関しては、サブプライムローン問題から今次金融危機が顕現化した時期は、デフォルト率の上昇が建設、不動産といった内需型産業に特に顕著であることが、日本リスク・データ・バンクの公表情報 (日本 RDB(2010)) などから確認することができる。また、従来より、回収率が双峰分布に従うことが実証的に確認されており、信用損失分布が双峰分布に従うケースは往々にして多いと考えられる。

そこで、次の計算例では、実際の信用損失分布が双峰形を示すときに単峰形とみなして計算した場合のそれぞれのモデルによる近似精度を調べることにする。なお、信用損失分布は、図 8 の通りである。

^{*16} 90% タイル値については、総和法の値より大きな値となっているが、前述のリマーク 4.2 および 4.3 でも記したように、総和法では多変量正規性を暗に仮定している。他方、 t -コピュラモデルでは、個々のリスク間の依存構造をテイル依存のある多変量 t -分布で表現しているため、このケースでは総和法の値を超えた。

^{*17} 詳細な解説には、菅野 (2010) を参照されたい。

^{*18} マートンモデルを拡張したバリア型の信用リスクモデルにより株価から逆算した数値をいう。

^{*19} Hamilton(1994) が参考になる。

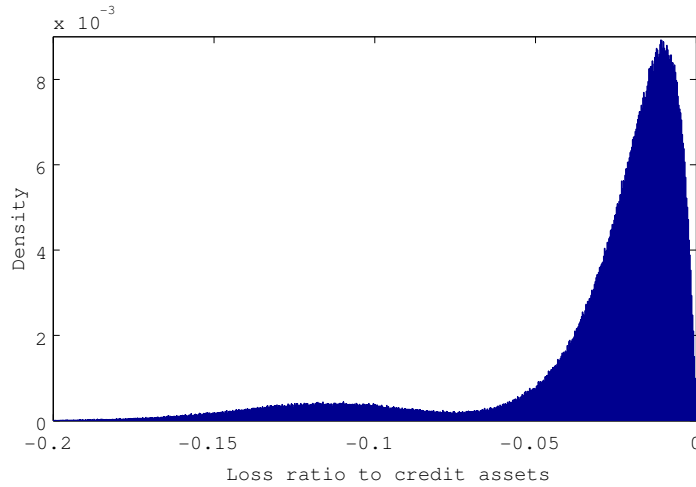


図 8: 双峰形の信用損失分布

信用損失分布の設定は、次の通りである。独立同一分布に従う混合ガンマ分布^{*20}を用いて、5.1節の計算例のガンマ分布と平均を合わせる。レジームを2つ想定し、2つのガンマ分布のパラメータを、(形状パラメータ, 尺度パラメータ)=(2,0.01), (20,0.006)とし、レジーム1を取る確率を0.9(レジーム2を取る確率は0.1)と設定^{*21}する。同時分布関数から逆変換して周辺分布に従う乱数を求めるため、カーネル密度推定^{*22}を行った。

各モデルによる統合リスク分布は、図9の通りである。また、計算結果は、表7の通りである。

ここで、同じ相関係数を使用した4つのコピュラモデル(ガウシアン, メタ-ガウシアン, t_5 , およびメタ- t_5)の特徴を整理する。まず、(1)信用損失の双峰分布を単峰分布に置き換えているという点で、メタ-ガウシアンコピュラモデルのパーセンタイル値は、ガウシアンコピュラモデルのパーセンタイル値より大きくなるのが考えられる。また、(2)信用損失の双峰分布だけではなく、他の周辺分布を全て t_5 -分布に置き換えている t_5 -コピュラモデルの方が、周辺分布を他の分布に置き換えないメタ- t_5 -コピュラモデルより大きなパーセンタイル値が得られると考えられる。

表7により確認すると、(1)の場合については、90%信頼水準以外では予想通りであるが、90%信頼水準では両モデルのパーセンタイル値が逆転している。なぜなら、信用損失分布において確率0.9でレジーム・スイッチしていることで、正規分布における90%パーセンタイル値の方が混合ガンマ分布(双峰分布)における当該パーセンタイル値よりも大きくなり、その影響が統合損失分布に反映されたためである。(2)の場合については、4つの信頼水準の全てにおいて予想通りであることが確認

^{*20} 2つのガンマ分布を $\Gamma(a_1, b_1), \Gamma(a_2, b_2)$ とし、レジーム1を取る確率を p_1 とすると、混合分布の密度関数 $f(x)$ は次式となる。

$$f(x) = p_1 \frac{1}{b_1^{a_1} \Gamma(a_1)} x^{a_1-1} e^{-\frac{x}{b_1}} + (1-p_1) \frac{1}{b_2^{a_2} \Gamma(a_2)} x^{a_2-1} e^{-\frac{x}{b_2}}$$

^{*21} このとき、分布の平均は、 $2 \times 0.01 \times 0.9 + 20 \times 0.006 \times 0.1 = 0.03$ で、計算例1の平均0.03に一致する。

^{*22} 数値解析ソフトウェア Matlab の関数 `ksdensity` を使用し、`kernel` を `epanechnikov` に、`function` を `icdf` に設定。

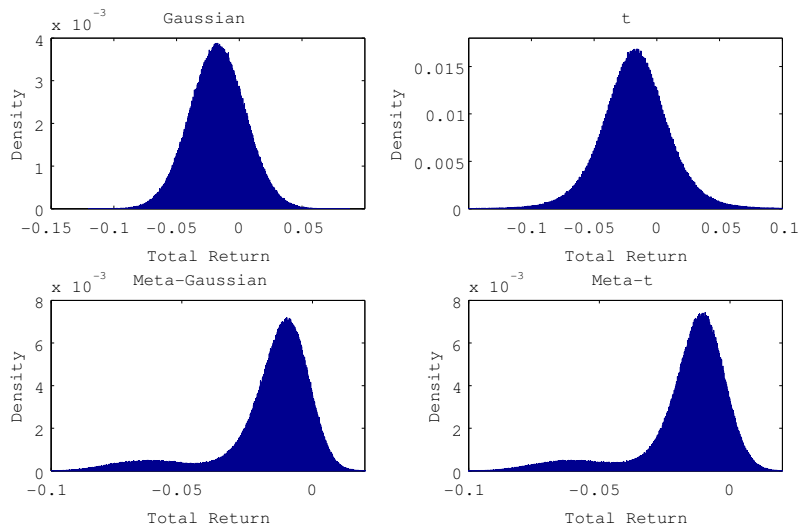


図9: 統合リスク分布

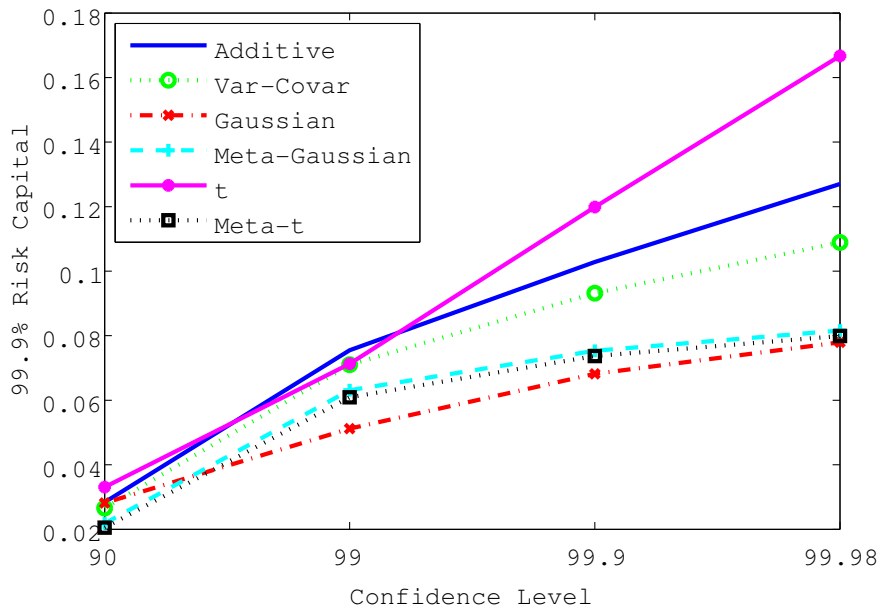


図10: 信頼水準別の統合リスク資本

表 7: 信用損失分布が双峰形の場合の信頼水準別リスク資本 (単位: %)

信頼水準 $100(1 - p)(\%)$	90	99	99.9	99.98	
個々のリスク資本 $RC_k(1 - p)$					
市場リスク	1.48	3.36	5.95	8.27	
信用リスク	4.67	12.52	16.13	18.26	
オペレーショナル・リスク	0.05	0.32	1.45	4.47	
統合リスク資本 $RC(1 - p)$					
総和法	2.84	7.55	10.28	12.70	
分散共分散法	2.66 (6.2)	7.10 (5.9)	9.32 (9.4)	10.89 (14.3)	
コピュラ関数法	ガウシアンコピュラ	2.82 (0.7)	5.12 (32.2)	6.82 (33.7)	7.79 (38.6)
	メタ-ガウシアン	2.18 (23.1)	6.31 (16.4)	7.53 (26.8)	8.16 (35.8)
	t_5 -コピュラ	3.31 (-16.7)	7.13 (5.5)	11.99 (-16.5)	16.67 (-31.3)
	メタ- t_5 -コピュラ	2.05 (27.7)	6.09 (19.3)	7.37 (28.4)	7.99 (37.1)

(注) 統合リスク資本の下段の括弧内の数字は、総和法に対する乖離率、すなわち分散効果を示す。また、コピュラ関数法では、全て表 5 の上段の相関係数を用いている。なお、網掛け部分は、総和法の数値との絶対乖離率が最も小さいことを示す。

できる。

また、表 7 を見ると、総和法の数値との絶対乖離率が最も小さい手法は、信頼水準により異なり、90% ではガウシアンコピュラモデル、99% では t_5 -コピュラモデル、99.9% と 99.98% では分散共分散法となった。他方、保守的な観点では、テイル依存を表現できる t_5 -コピュラモデルから、全ての信頼水準において最も大きいリスク資本値が得られた。

更に、 t_5 -コピュラモデルでは、99% 信頼水準以外では、総和法との乖離率が負の値となり、総和法の数値より約 17% から約 37% 大きい値となっているが、同時分布の依存構造をテイル依存の大きい多変量 t_5 -分布で表現したためであると考えられる。

5.3 リスク間相関係数に対する統合リスク資本の分析

今度は、リスク間相関係数に対する統合リスク資本の変化を見ることにする。5.1 節の計算例で採り上げた市場リスク、信用リスク、およびオペレーショナル・リスクの 3 つのリスクのうち、ペ

ア間の相関係数は3通り（市場リスクと信用リスク、市場リスクとオペレーショナル・リスク、および信用リスクとオペレーショナル・リスクの各ペア間の相関係数）存在するので、2ないしは1通りのリスク間相関係数を固定して、残りの相関係数の変化に対する片側信頼水準99.9%の統合リスク資本を計算することにより、リスク間相関係数による各手法の違いを調べる。

菅野(2010)185頁によると、わが国の金融機関では、片側99.9%が信用リスクおよびオペレーショナル・リスクの規制資本を計算する上での信頼水準となっており、また、この数値は、大手行を中心に近年、リスク資本の計算に使用され始めた信頼水準であるので、この信頼水準に基づく統合リスク資本のリスク間相関係数による変化を調べることにする。

例 5.1 (相関係数 [オペリスク, 市場リスク] = 相関係数 [オペリスク, 信用リスク] = 20% の場合). オペレーショナル・リスクと市場リスク、および信用リスクの各リスク間の相関係数を20%に固定した時の市場リスクと信用リスク間の相関係数の変化に対する99.9%統合リスク資本の変化を見る(図11の上図参照)。

総和法は相関を考慮しないので、相関係数の変化に関わらず、ほぼ一定であるのは予想通りである。これに対して、分散共分散法、ガウシアンコピュラモデル、および t_5 -コピュラモデルの場合、何れのモデルにおいても、相関係数の増加に伴い統合リスク資本も増加するという正の依存関係が見られ、逆にメタ-ガウシアンモデルとメタ- t_5 -コピュラモデルの場合、何れも相関係数の増加に伴い統合リスク資本は減少するという負の依存関係が見られる。

ポートフォリオ理論に従って考えると、リスクタイプ間の依存度が大きくなれば、ポートフォリオ・リスクが増大するので、統合リスク資本も大きくなると想定される。前者の場合、まさにこの理論通りの結果となった。それでは、後者の場合、どのような理由で統合リスク資本が減少するのか調べることにする。そこで、各リスク合算手法による統合分布のボラティリティを計算し、図11の下図に示した。この図を見ると、後者の場合、何れも相関係数の増加に伴い、ボラティリティが減少しているのがわかる。つまり、市場リスクと信用リスク間の相関が大きくなると、テイルの厚みが増加するが、同時に、統合リスクのボラティリティが減少しており、テイルの厚みが増加する速度より、ボラティリティの減少する速度の方が速いため、統合リスク資本のカーブが減少したことがわかる。

また、 t_5 -コピュラモデルの場合、リスク間相関係数が0.3あたりから徐々に分散共分散法のパーセンタイル値を超えてきており、同時分布を多変量 t -分布で表現したことで、テイルの厚みが増した結果と考えられる。

例 5.2 (相関係数 [市場リスク, 信用リスク]=30% の場合). 市場リスクと信用リスク間の相関係数を30%で固定した時のオペレーショナル・リスクと市場リスク間の相関係数、およびオペレーショナル・リスクと信用リスク間の相関係数の変化に対する99.9%統合リスク資本の変化を見る(図12の上図参照)。

何れのモデルによっても、リスクタイプ間の相関係数の変化に対する統合リスク資本の増加ないしは減少が、ほとんど見られない。事実、図12の下図を見ても、ボラティリティの変化も大きく

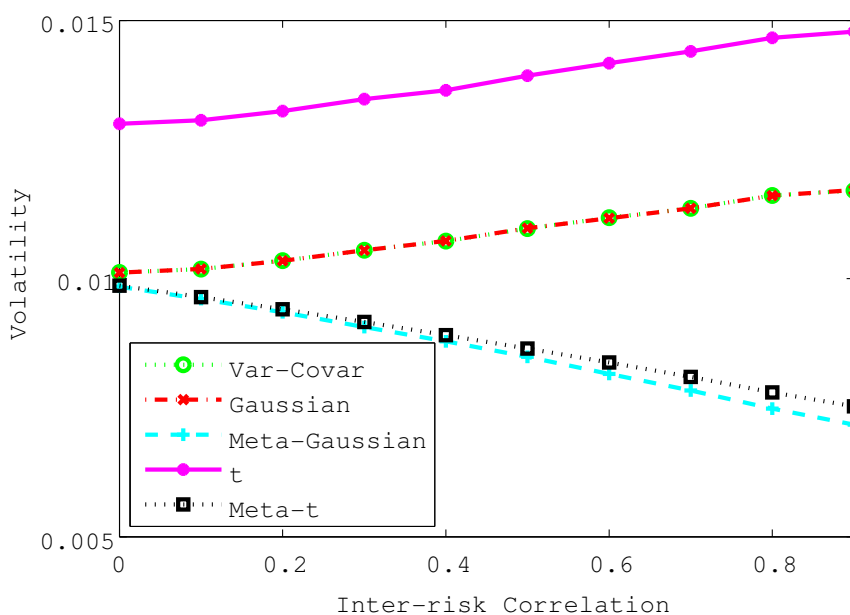
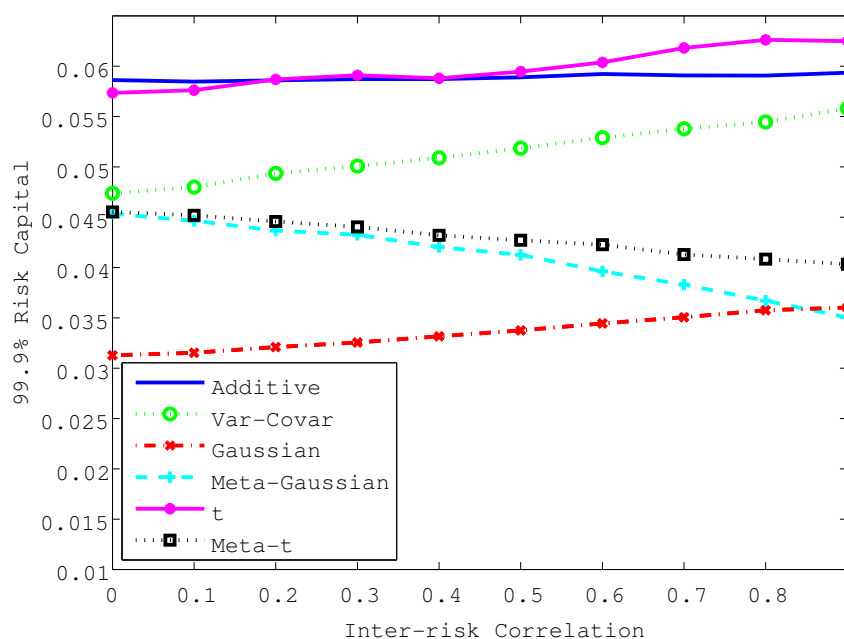


図 11: リスク間相関係数に対する 99.9% 統合リスク資本とボラティリティの変化

上図：オペレーショナル・リスクと市場リスクおよび信用リスクの各リスク間の相関係数を 20% に固定した時の市場リスクと信用リスク間の相関係数 (Inter-risk Correlation) の変化に対する 99.9% 統合リスク資本の変化 (上図) とボラティリティの変化 (下図) を表す。なお、図中の凡例は次の通りである。Additive: 総和法, Var-Covar: 分散共分散法, Gaussian: ガウシアンコピュラ (表 5 の相関係数), Meta-Gaussian: メタ-ガウシアンコピュラ (表 5 の相関係数), t: t_5 -コピュラ (表 5 の相関係数), Meta-t: メタ- t_5 コピュラ (表 5 の相関係数)。

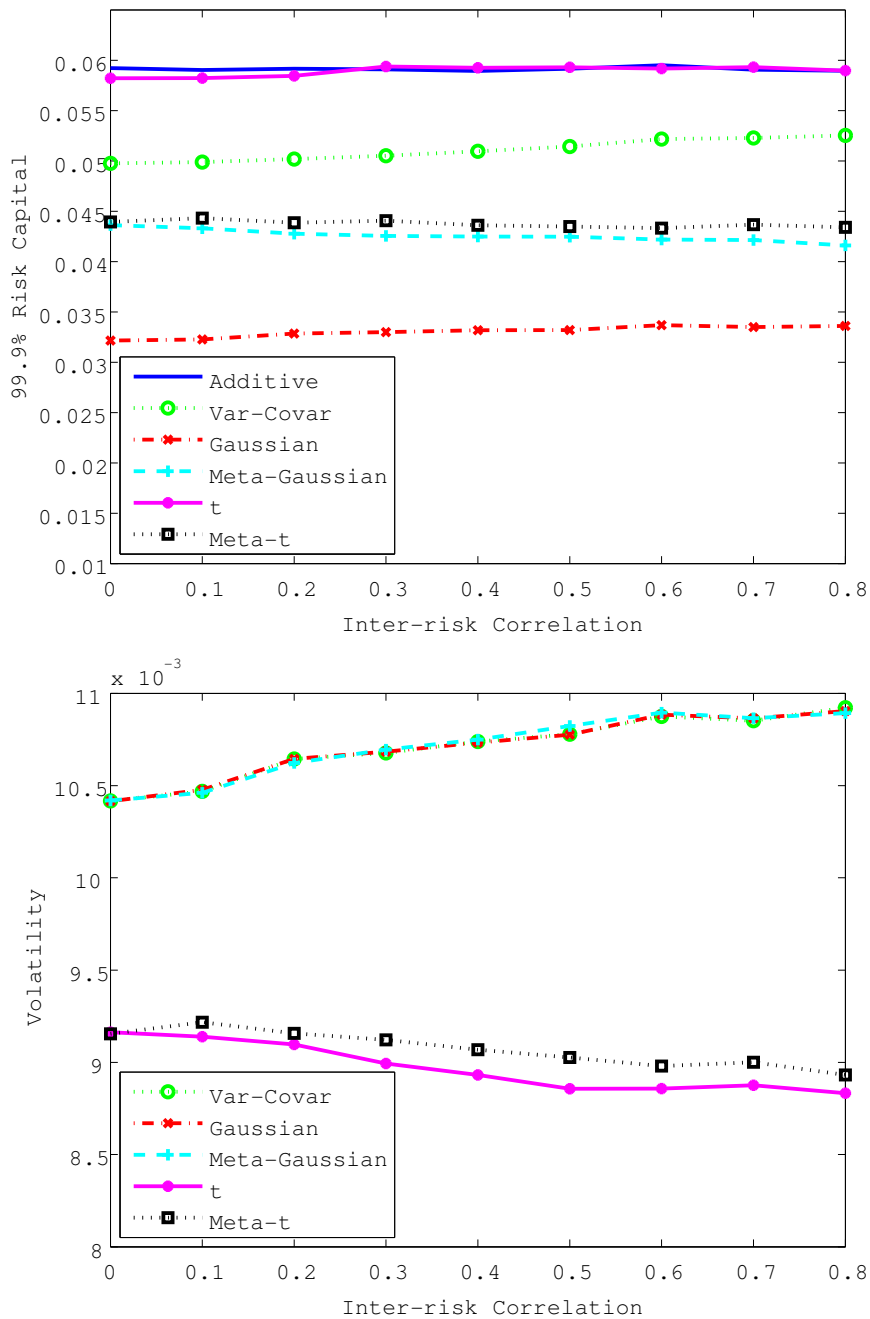


図 12: リスク間相関係数に対する 99.9% 統合リスク資本とボラティリティの変化

市場リスクと信用リスク間の相関係数を 30% で固定した時のオペレーショナル・リスクと市場リスクおよび信用リスク間の相関係数の変化に対する 99.9% 統合リスク資本の変化（上図）とボラティリティの変化（下図）を表す。ただし、相関係数が 0.9, 1.0 の場合、相関係数行列が正定値行列にならず、コレスキー分解できないので、0.8 までしか変化を表していない。

ない。また、オペレーショナル・リスク損失の分布が極値イベントの発生を想定しているものの、ボラティリティ（表4の標準偏差）が0.22%とそれほど小さく、リスク資産構成に占めるウェイトも28%とそれほど大きくないことが影響していると考えられる。

5.4 リスク資産のウェイトに対する統合リスク資本の分析

次に、3つのリスク資産（市場リスク資産、信用リスク資産、およびその合計としてのオペレーショナル・リスク資産）のウェイトのうち、オペレーショナル・リスクのウェイトを5.1節の典型的な計算例で設定した28%に固定して、市場リスクウェイトに対する信用リスクウェイトの割合を0から10%刻みで100%まで変化させる。その他のパラメーターの設定は、5.1節の典型的な計算例と同じである。このとき、計算結果は表8となった。また、ウェイトの割合の変化の様子を図13（上図：ウェイトの割合の変化、下図：ボラティリティ）に示す。

図13の上図を見ると、市場リスクウェイトに対する信用リスクウェイトの増加に伴い、総和法のパーセンタイル値は、ほぼ線形に増加していることがわかる。総和法では、統合リスク資本は個々のリスクのリスク資本の線形の加重平均となっているためである。これに対して、相関を考慮したモデル、すなわち分散共分散法とコピュラモデルの何れでも極小値が存在し、10%間隔で見ると、 t_5 -コピュラモデルとメタ- t_5 -コピュラモデルでは50%で極小となり、分散共分散法、ガウシアンモデルおよびメタ-ガウシアンモデルでは30%で極小となった。

ここで、表4から周辺分布のボラティリティとして、信用リスクの1.73%に対して、市場リスクが1.29%であるため、信用リスクのボラティリティの方が市場リスクのボラティリティより大きく、信用リスクのウェイトを上げていくと、単調増加していくようにも見える。一方、図13の下図を見ると、ボラティリティカーブの形状がリスク資本カーブの形状と極小値の位置も含めて同じであることから、リスク資本カーブが下に凸の形状となったのは、信用リスクのウェイトを上げていく途中までは、統合分布のテイルの厚みの増す速さよりもボラティリティの減少する速度の方

表8: リスク資産のウェイトに対する統合リスク資本の変化（単位：%）

ウェイトの割合	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
総和法	4.63	4.80	4.96	5.10	5.26	5.49	5.66	5.80	5.97	6.16	6.36
分散共分散法	4.37	4.13	4.03	3.97	4.06	4.25	4.49	4.78	5.14	5.60	6.04
ガウシアン	2.90	2.78	2.69	2.66	2.70	2.77	2.97	3.20	3.46	3.66	3.97
メタ-ガウシアン	2.89	2.77	2.69	2.67	2.70	2.76	2.97	3.21	3.47	3.66	3.98
t_5	5.43	4.91	4.25	3.67	3.16	3.00	3.34	3.87	4.53	5.16	5.84
メタ- t_5	5.43	4.91	4.25	3.66	3.17	3.03	3.33	3.87	4.52	5.16	5.84

（注）例えば、ウェイトの割合が20%である場合、市場リスクと信用リスクの各ウェイトの合計は、オペレーショナル・リスクのウェイト28%（固定値）を100%から引いた72%であるので、市場リスクのウェイト:14.4%、信用リスクのウェイト:57.6%となる。なお、網掛け部分が各モデルにおける極小値である。

が早く、途中からは2つの速度が逆転したためであると考えられる。

なお、金融機関の効率的なリスク資本経営の観点から見ても、この極小化問題は最適資本配賦問題においても検討の俎上に上る点であろう。

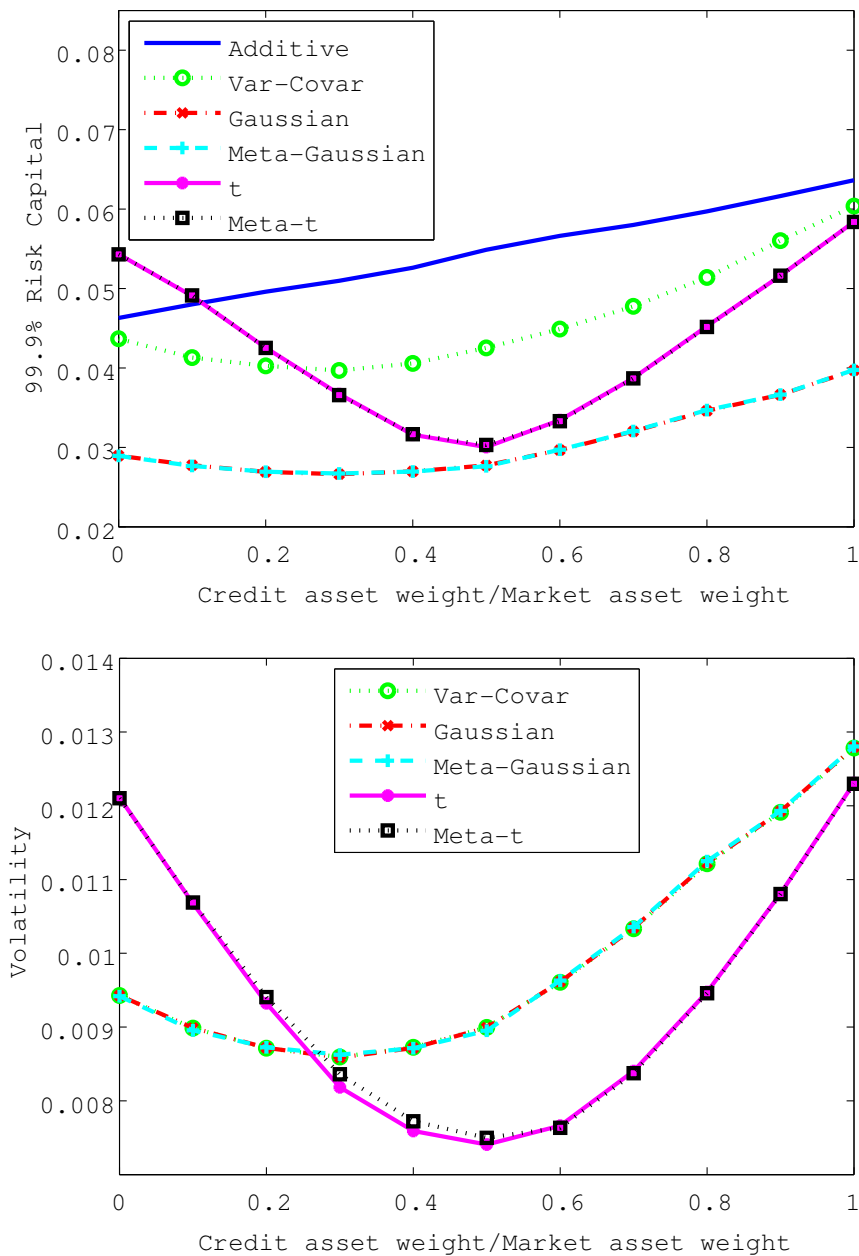


図 13: リスク資産のウェイトに対する 99.9% 統合リスク資本とボラティリティの変化

上図：99.9% 統合リスク資本の変化，下図：ボラティリティの変化を表す。

6 おわりに

本研究では、金融機関が抱えるさまざまな金融リスクを、リスク資本により統合管理する手法について研究した。定量面では、わが国の金融機関の多くが抱えるリスクプロファイル共通のものとして、信用リスクのウェイトを重視し、それに市場リスクとオペレーショナル・リスクのあるポートフォリオに対して、各種リスク合算手法の特徴を調べた。

最初に、典型的な計算例から分かったことは、 t_5 -コピュラを使用したコピュラ関数法が、高い信頼水準で最も総和法に近い数値になった点であり、周辺分布をテイル依存性のある1変量 t -分布で近似した結果である。

次に、信用損失分布が双峰形である場合の分析で分かったこととして、メタ-ガウシアンコピュラモデルのパーセンタイル値は、ガウシアンコピュラモデルのそれより大きくなるが、レジームスイッチしている近傍の信頼水準では、両モデルのパーセンタイル値の大小が逆転することがある点、また、本稿で提示したモデルの中では、周辺分布を全て t -分布に置き換えている t_5 -コピュラモデルの方が、周辺分布を他の分布に置き換えないメタ- t_5 -コピュラモデルより大きな数値が計算される点である。

更に、リスク間相関係数に関する分析でわかったことは、リスク間相関係数の増加が必ずしも統合リスク資本の増加に至らないという点である。分散共分散法など幾つかのモデルでは、相関係数の増加に伴い統合リスク資本も増加したが、他方、メタ-ガウシアンモデルなどのモデルでは、逆に統合リスク資本が減少する現象が起きており、統合リスク管理上、まさに起こり得る状況として認識しておく必要がある。

最後に、リスク資産のウェイトに関する分析からわかったことは、相関を考慮したモデルでは、ウェイトの変化に対する統合リスク資本の極小値が存在し、最適資本配賦の手法を考える上での参考になり得る点である。

上記の分析を含め、本稿で明らかにした事項については、わが国の金融機関が、今後さまざまな手法でリスク資本を評価・管理していく上で直面する主要な検討点であると考えられる。ただし、コピュラモデルの選択、パーセンタイル値の安定化技術など、技術的検討課題は残されており、今後の課題としたい。

参考文献

- [1] 菅野正泰 (2009), 『信用リスク評価の実務』, 中央経済社
- [2] 菅野正泰 (2010), 『入門 金融リスク資本と統合リスク管理』, (社) 金融財政事情研究会
- [3] 金融庁 (2007), 「銀行法第十四条の二の規定に基づき, 銀行がその保有する資産等に照らし自己資本の充実の状況が適当であるかどうかを判断するための基準」
- [4] 日本リスク・データ・バンク (日本 RDB)(2010), 「RDB企業デフォルト率【2010年(平成22年)3月期】」
- [5] Artzner, P., F. Delbaen, J.-M. Eber and D. Heath (1999), “Coherent Measures of Risk,” *Mathematical Finance*, Vol.9, No.3, pp.203-228.
- [6] BCBS (2006), “Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework - Comprehensive Versio.”
- [7] BCBS (2009), “Strengthening the resilience of the banking sector,” Consultative Document.
- [8] Capital Markets Risk Advisors(2001), “Economic Capital Survey Overview.”
- [9] Chourdakis, K.(2009), “The Recovery Behavior of Default and Recovery Rates,” *Working Paper*, RitchSolutions and CCFEA, Essex University.
- [10] Danielsson, J., Bjorn N. Jorgensen, M. Sarma and Casper G. de Vries (2005), “Sub-additivity re-examined: the case for Value-at-Risk,” *Working Paper*, Eurandom.
- [11] De Fontnouvelle, P., V. DeJesus-Rueff, J. Jordan and E. Rosengren (2003), “Using Loss Data to Quantify Operational Risk,” *Working Paper*, Federal Reserve Bank of Boston.
- [12] Dhaene, J., M. Denuit, M.J. Goovaerts, R. Kaas and D. Vyncke(2002a), “The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: theory,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Volume.31, **1**, 20, pp.3-33.
- [13] Dhaene, J., M. Denuit, M.J. Goovaerts, R. Kaas and D. Vyncke(2002b), “The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: applications,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Volume 31, **2**, pp.133-161.
- [14] Dhaene, J, M.J. Goovaerts and R. Kaas (2003), “Economic Capital Allocation Derived from Risk Measures,” *North American Actuarial Journal*, **7(2)**: pp.44-59.
- [15] Dhaene, J., R.J.A. Laeven, S. Vanduffel, G. Darkiewicz and M.J. Goovaerts (2008), “Can a Coherent Risk Measure be Too Subadditive?,” *Journal of Risk and Insurance*, Vol.75, **2**, pp.365-386.
- [16] Dhaene, J., S. Vanduffel, Q. Tang, M.J. Goovaerts, R. Kaas and D. Vyncke (2004), “Capital requirements, risk measures and comonotonicity,” *Belgian Actuarial Bulletin*, **4**, pp.53-61.
- [17] Dimakos, Xeni K. and Kjersti Aas (2004), “Integrated risk modelling,” *Statistical Mod-*

- elling*, **4**, pp.265-277.
- [18] Glasserman, P., P. Heidelberger and P. Shahabuddin (2002), "Portfolio Value-at-Risk with Heavy-tailed Risk Factors," *Mathematical Finance*, Vol.12, No.3, pp.239-269.
 - [19] Goovaerts, M.J., Eddy Van den Borre and Roger J. A. Laeven (2005), "Managing Economic and Virtual Economic Capital within Financial Conglomerates," *North American Actuarial Journal*, **9(3)**: pp.77-89.
 - [20] Hamilton, J.D.(1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
 - [21] IFRI/CRO Forum (2007), "Insights from the joint IFRI/CRO Forum survey on Economic Capital practice and applications."
 - [22] Kuritzkes, A., T. Schuermann and Scott M. Weiner (2001), "Study on the Risk Profile and Capital Adequacy of Financial Conglomerates," *A Study Commissioned by: De Nederlandsche Bank, Oliver Wyman & Co.*
 - [23] Kuritzkes, A., T. Schuermann and Scott M. Weiner (2003), "Risk Measurement, Risk Management, and Capital Adequacy in Financial Conglomerates," *Brookings-Wharton Papers on Financial Services*, pp.141-194.
 - [24] Morone, M., A. Cornaglia and G. Mignola (2007), "Economic Capital Assessment via Copulas: Aggregation and Allocation of Different Risk Types," *Working Paper*, Intesa-Sanpaolo.
 - [25] Nelsen, R.B. (1998), *An Introduction to Copulas*, Springer-Verlag New York, Inc.
 - [26] Rosenberg, J.V. and T. Schuermann (2006), "A general approach to integrated risk management with skewed, fat-tailed risks," *Journal of Financial Economics*, **79**, pp.569-614.
 - [27] Szegö, G. (2004), *Risk Measures for the 21st Century*, Wiley Finance Series.
 - [28] Ward, L.S. and D.H. Lee (2002), "Practical Application of the Risk-Adjusted Return on Capital Framework," *CAS Forum Summer 2002, Dynamic Financial Analysis Discussion Papers*, available at <http://www.casact.org/pubs/forum/02sforum/02sf079.pdf>